

Посвящается Девин,
чьи выражения лица и так говорят больше, чем любые уравнения

MATH FOR ENGLISH MAJORS

A Human Take on the Universal Language

Ben Orlin



BLACK DOG
& LEVENTHAL
PUBLISHERS
NEW YORK

БЕН ОРЛИН

МАТЕМАТИКА
для тех, кто
БОИТСЯ
МАТЕМАТИКИ

ЕЩЕ ОДНА КНИГА
С ДУРАЦКИМИ РИСУНКАМИ

Перевод с английского

АНО
АЛЬПИНА НОН-ФИКШН

Москва
2025

УДК 51
ББК 22.1
О-66

Переводчик Мария Елифёрова
Научный редактор Константин Кноп
Редактор Пётр Фаворов

Орлин Б.
О-66 Математика для тех, кто боится математики: Еще одна книга с дурацкими рисунками / Бен Орлин ; Пер. с англ. — М. : Альпина нон-фикшн, 2025. — 296 с.

ISBN 978-5-00223-331-1

Говорят, математика — это универсальный язык. Автор бестселлера «Математика с дурацкими рисунками» Бен Орлин подумал: а что, если воспринять эту идею буквально? Не «математика — это что-то вроде логической поэзии» или «математика — это, метафорически выражаясь, язык вселенной». Нет. Что, если математика — это язык в том же смысле, в каком языками являются испанский, арабский или дотракийский: средство, с помощью которого маленькая группа людей выражает свои маленькие человеческие мысли? Но если языки объединяют, почему тогда математика заставляет так многих из нас чувствовать себя настолько одинокими?

В своей книге «Математика для тех, кто боится математики: Еще одна книга с дурацкими рисунками» Орлин предлагает взгляд, который покажется свежим как тем, кто теряется при виде любого математического выражения (выражаясь откровенно, гуманитариям), так и знатокам предмета. Орлин ищет и находит в математическом языке существительные (числа), глаголы (математические действия) и грамматику (алгебра), забавные идиомы («возведение в квадрат»), причудливые этимологии («научная запись») и своеобразные неоднозначности (порядок действий). Там обнаруживается даже особая форма литературы — равенства и уравнения в диапазоне от житейской мудрости $x = 1$ до поразительной глубины $e^{i\pi} + 1 = 0$.

Попутно Орлин делится с читателями историями о собственных математических провалах и прозрениях, а также о трудностях и триумфах своих учеников. Самое главное: с помощью своих неумелых — но на удивление эффективных — рисунков он проливает свет на довольно глубокие и очень разные вопросы. Что именно представляет собой школьная математика? Почему стольким из нас так трудно извлечь из нее что-то путное? Может ли перетасовка символов научить нас чему-то новому о реальности? И наконец, как вообще работает математика?

УДК 51
ББК 22.1

Все права защищены. Никакая часть этой книги не может быть воспроизведена в какой бы то ни было форме и какими бы то ни было средствами, включая размещение в сети Интернет и в корпоративных сетях, а также запись в память ЭВМ для частного или публичного использования, без письменного разрешения владельца авторских прав. По вопросу организации доступа к электронной библиотеке издательства обращайтесь по адресу tylib@alpina.ru

© Ben Orlin, 2024
© Hachette Book Group, Inc., 2024
This edition published by arrangement with Black Dog & Leventhal, an imprint of Perseus Books LLC, a division of Hachette Book Group, Inc., New York, USA via Igor Korzhenevskiy of Alexander Korzhenevski Agency (Russia). All rights reserved.
© Издание на русском языке, перевод, оформление.
ООО «Альпина нон-фикшн», 2025

ISBN 978-5-00223-331-1 (рус.)
ISBN 978-0-7624-9981-6 (англ.)

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	11
---------------	----

СУЩЕСТВИТЕЛЬНЫЕ

Вещи под названием «числа» • 19

Счет	21
Измерение	27
Отрицательные числа	31
Дроби	38
Десятичные дроби	45
Округление	50
Большие величины	54
Научная запись чисел	62
Иррациональные числа	68
Бесконечность.....	77

ГЛАГОЛЫ

Арифметические действия • 85

Приращение.....	87
Сложение	91
Вычитание	98
Умножение.....	104
Деление.....	112
Возведение в квадрат и куб.....	118
Извлечение корней.....	122

Возведение в другие степени.....	126
Логарифмирование	131
Порядок действий.....	135
Вычисление.....	140

ГРАММАТИКА

Синтаксис алгебры • 147

Символы.....	149
Переменные.....	155
Выражения.....	159
Равенства.....	166
Неравенства.....	172
Графики.....	178
Формулы.....	185
Упрощение.....	190
Решения	196
Категориальные ошибки	203
Стиль	207
Правила	211

РАЗГОВОРНИК

Путеводитель по математическому словарю от старожилы • 219

Рост и изменение	221
Ошибки и оценка	224
Оптимизация.....	227
Решения и методы.....	230
Фигуры и кривые	233
Бесконечность.....	236
Совокупности.....	239
Логика и доказательства.....	243
Истины и противоречия	247
Вероятное и возможное.....	252
Причины и корреляции.....	255

Данные.....	258
Игры и риск.....	262
Свойства.....	266
Знаменитости и фольклор.....	269
ТОНКСТИ, ССЫЛКИ И МЕЛКИЙ ШРИФТ.....	275
ЧТО ЕЩЕ ПОЧИТАТЬ.....	284
СБИВЧИВЫЕ ВЫРАЖЕНИЯ ГЛУБОКОЙ ПРИЗНАТЕЛЬНОСТИ	290
ПРЕДМЕТНО-ИМЕННОЙ УКАЗАТЕЛЬ.....	292

А, элементарно

шоколад

10x10

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{6} =$$

$$y = mx + b$$

Нееет

$$\begin{array}{r} \sqrt{125} \\ + 124 \\ \hline 249 \end{array}$$

$$\pi \approx 3.14$$

$$1/10 \times 10 \times 10$$

$$5 \times 3$$

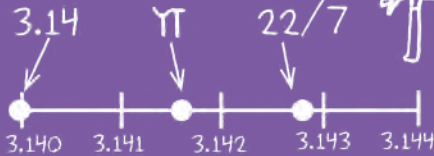
умножение

многократное сложение

$$3.4104398$$

$$+ 2.5899496$$

$$6.0003894$$



дальше

ближе

деление на 1/2

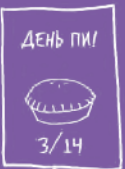
деление на 2

ценой

разговор

звук блендера

ночной



$$\tau \approx 6.28$$

$$\pm 10$$

17 x что угодно

$$8 \div 2(4) \leftarrow 8 \div 2(2+2) \rightarrow 8 \div 2(4)$$

$8 \div 8$ $4(4)$

1 16

$$3 + -1.78$$

$$82,771$$

1,414 с чем-то



$$\frac{17}{34}$$



защумленный



+++

$$-(-(-(-1)))$$

$$ax^2$$

$$96^\circ\text{F}$$

$$97^\circ\text{F}$$

"857"



НЕТОЧНА

Нерп



$$\frac{4}{7}$$



$$\forall \epsilon > 0, \exists \delta > 0:$$

$$|x - a| < \delta \rightarrow |f(x) - L| < \epsilon$$



???

$$\$2.50!$$

$$5^{5^5}$$

$$5 \uparrow \uparrow 3$$

многократное возведение в степень

тетрация

Только находящийся вовне наблюдатель может показать прирожденному носителю языка, что его высказывания, какими бы простыми и ясными они тому ни казались, являются на самом деле невероятно сложными, потому что содержат в скрытом виде обширный аппарат настоящего языка^{*,1}.

ОЛИВЕР САКС. ЗРИМЫЕ ГОЛОСА

* Перевод А. Н. Анваера. — *Прим. пер.*

А, элементарно

шоколад

10x10

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{6} =$$

$$y = mx + b$$

Нееет

$$\begin{array}{r} \sqrt{125} \\ + 124 \\ \hline 249 \end{array}$$

$$\pi \approx 3.14$$

$$1/10 \times 10 \times 10$$

$$5 \times 3$$

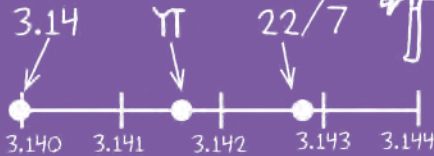
умножение

многократное сложение

$$3.4104398$$

$$+ 2.5899496$$

$$6.0003894$$



дальше

ближе

деление на 1/2

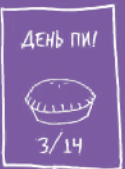
деление на 2

ценой

разговор

звук блендера

ночной



$$\tau \approx 6.28$$

$$\pm 10$$

17 x что угодно

$$8 \div 2(4) \leftarrow 8 \div 2(2+2) \rightarrow 8 \div 2(4)$$

$8 \div 8$ $4(4)$

1 16

$$3 + -1.78$$

$$82,771$$

1,414 с чем-то



$$\frac{17}{34}$$



защумленный



+++

$$-(-(-(-1)))$$

$$ax^2$$



$$\frac{4}{7}$$



"857"



$$\forall \epsilon > 0, \exists \delta > 0:$$

$$|x - a| < \delta \rightarrow |f(x) - L| < \epsilon$$



$$\$2.50!$$

$$5^{5^5}$$

$$5 \uparrow \uparrow 3$$

многократное возведение в степень

тетрация



Нееет

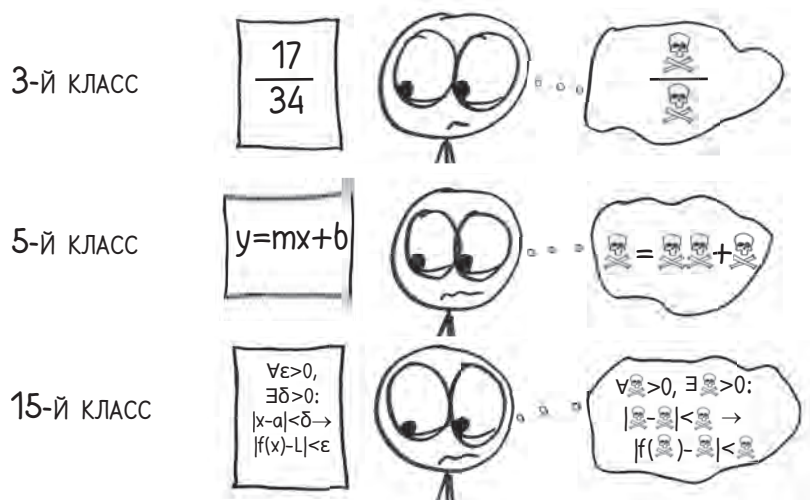
ВВЕДЕНИЕ

Как-то на лекции я попросил младшекурсников поделиться своими первыми воспоминаниями о математике. Одна студентка рассказала историю столь необычную — и в то же время столь универсальную, — что она глубоко проникла в мое подсознание и стала ощущаться как мое собственное воспоминание.

В возрасте пяти лет эта девочка получила задание — список примеров на сложение. Беда была в том, что она не знала, как читать эти смешные символы на листках бумаги: 2, + и прочее. Ее никто этому не учил. Спросить она постеснялась — и нашла обходной маневр, запоминая каждую сумму не как факт сложения чисел, а как произвольное правило, относящееся к фигурам. Например, $8 + 1 = 9$ было не утверждением, что 9 на единицу больше 8, а закодированным набором инструкций: если тебе показывают два кружка, один на другом (8), а за ними идет крестик (+), вертикальная линия (1) и пара горизонтальных линий (=), то нужно вписать в пустое пространство кружок с загнутым хвостом вниз (9). Она старательно вызубрила десятки подобных правил, одинаково причудливых и бессмысленных. Это была кафкианская математика.

Мало кто осваивает $8 + 1 = 9$ подобным образом. Но рано или поздно чуть ли не каждый, кто изучает математику, испытывает то же чувство дезориентации и прибегает к столь же отча-

янным обходным маневрам. В детском саду, в средней школе или в аспирантуре — в конце концов замешательство настигает вас и математика становится, выражаясь словами математика Давида Гильберта, игрой с «бессмысленными закорючками на бумаге».



Со всеми нами такое бывало. Вам попадаете незнакомый символ, вы спотыкаетесь на очередном действии и спрашиваете, что значит все это месиво знаков. В ответ вы выслушиваете поток абракадабры. Вы спрашиваете, что значит *он*. На вас обрушивается лавина белиберды. Так продолжается вновь и вновь, с обеих сторон нарастает раздражение, и в конце концов вы киваете, улыбаетесь и отвечаете: «Ага. Спасибо. Теперь ясно». Затем, отчаявшись что-либо понять, вы принимаетесь за изнурительную зубрежку, запоминая, какие закорючки и в каком порядке писать.

Мы любим говорить, что математика — это язык. (Больше того, «универсальный язык».) Но если языки объединяют людей, то почему математика вызывает у нас такое чувство одиночества?

Я профессиональный апологет математики. Я использую слово «апологет» и в классическом смысле (защитник; сторонник; толкователь определенной картины мира), и в современном (тот, кто занят пиаром для клиента, вызывающего всеобщее презрение). На этот путь меня толкнуло — и сделало препода-

давателем математики — смутное и явно непомерно раздутое убеждение, что математика нуждается в моей помощи. Похоже, все сходились в одном: с преподаванием математики что-то было не так, ужасно — может быть, безнадежно — не так.

Что же именно с ним было не так? Вот здесь-то и возникали разногласия. Последние 15 лет я посвятил тому, что пробо-вал в этом разобраться.

Одна распространенная жалоба — недостаток «связи с реальной жизнью». Математика слишком абстрактна, слишком темна, слишком высоко сидит в своей башне из слоновой кости. Вечная мантра: «Как мне это пригодится в жизни?» Многие авторы учебников принимают этот ропот близко к сердцу. Например, они переводят вопрос о квадратном уравнении (скучно!) в вопрос о компании, чей доход — хоть в этом допущении нет ни складу ни ладу — вычисляется с помощью квадратного уравнения (так жизненно, так практично!). Другие просветители отвергают сам посыл жалобы по поводу «реальной жизни». Никто ведь не спрашивает, как им в жизни «пригодятся» музыка или литература, правда? Так почему не последовать мудрости Альберта Эйнштейна и не принять математику как «поэзию логических идей»??

Как бы мы ни реагировали на сетования по поводу «реальной жизни», я подозреваю, что мы воспринимаем их слишком буквально. Когда ученики спрашивают о пользе, они имеют в виду не *практическое применение*. Они имеют в виду *цель*. «Как мне это пригодится в жизни?» означает что-то вроде «Чем мы тут занимаемся?», или «В чем смысл этой тягомотины?», или «Что все это значит?».

Они не хотят сказать: «Назовите дату в далеком будущем, когда эти задачи приведут к поступлению денег на мой банковский счет» или «Объясните, каким неожиданным образом эти задачи могут оказаться полезными для моей души». Вопрос, скорее, стоит так: «Скажите мне здесь и сейчас, *что такое* эти задачи?»

Математика не просто собрание идей. Это особый способ говорить об этих идеях. Сами того не подозревая, ученики просят помочь им освоить самый странный язык человечества.

Так что имеется в виду, когда мы говорим, что математика — это язык?

Математика начинается с чисел. Хотя между числами и словами есть немало заметных различий, то и другое — системы категоризации мира. Числа, как и слова, позволяют нам свести сложный опыт (например, прогулку вокруг озера) к чему-то намного более простому. В случае со словами — к описанию («Там было много породистых собак»); в случае с числами — к количеству («3 мили»).

За числами следуют вычисления. Вычисления порождают из старых чисел новые, то есть новое знание из старого. Например, если наше озеро примерно круглое и имеет береговую линию в 3 мили, то я могу рассчитать, что до противоположного берега приблизительно 1 миля.

Ладно. Но дальше идет алгебра.

Алгебра, подобно литературе или философии, на шаг отступает от повседневного мира. Мы оставляем конкретные числа (177) и конкретные вычисления ($177 \div 3$), чтобы постичь саму природу счета. Алгебра открывает новые возможности: упрощение расчетов, перестановка действий, сравнение подходов и так далее. Это требует развитой грамматики со специфической системой именных словосочетаний и небольшим табуном рабочих лошадок — глаголов. Прежде всего, конкретные числа вроде 3 уступают место абстрактным переменным вроде x . Этот прыжок в темноту — когда от конкретного 3 мы переходим к обобщенному x — знаменует зарю совершенно нового языка, которая для многих людей становится сумерками понимания.

У этой небольшой книжки высокая цель: научить вас языку математики. Мы пройдем от абстрактных существительных чисел к переходным глаголам вычислений, а затем к тонкой грамматике алгебры. Конечно, сколько-то страниц с дурацкими рисунками не помогут выучить целый язык, но, надеюсь, эти страницы смогут стать для вас отправной точкой.

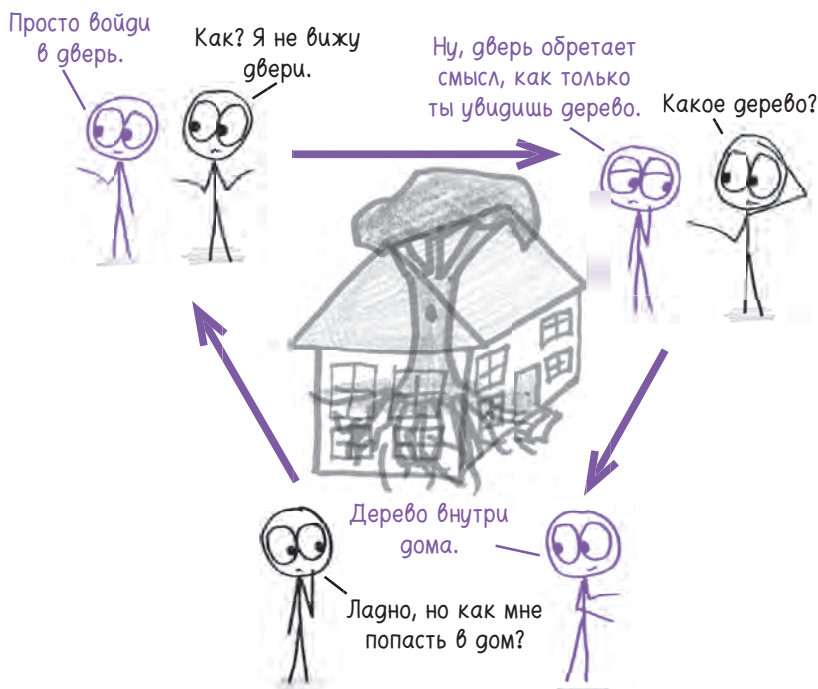
То, что я предлагаю, несколько необычно. Когда мы, математики, пишем для широкой аудитории, мы, как правило, воспеваем идеи своего предмета и способы его применения,

а не язык, с помощью которого эти идеи выражены. Зачастую мы вообще отказываемся от этого языка, переводя равенства (по мере сил) на язык прозы.

В этой книге избран иной путь — более тернистый и не столь торный. Это не литература в переводе, а попытка оживить прекрасный и строгий язык, который делает возможной эту литературу.

В классической загадке спрашивается, была ли математика открыта или изобретена. Вплетена ли математика в ткань природы? Или это инструмент, созданный нами для изучения природы? Что есть математика — атом или микроскоп?

Мой ответ: конечно и то и другое сразу. Математика — это открытие внутри изобретения; это дом, построенный вокруг дерева. Дом — это язык, созданный столь искусно, что кажется творением природы. Дерево — открытие, столь волшебное по своей архитектуре, что кажется творением зодчего. Математика — это и атом, и микроскоп, слитые воедино столь нераздельно, что порой трудно сказать, где заканчивается открытие и начинается изобретение.



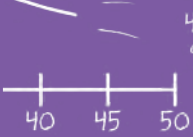
Это переплетение изобретения и открытия, языка и идеи, возможно, одна из причин, по которым математику так трудно освоить. Чтобы понять идеи, нужно вначале выучить язык, но язык имеет смысл лишь как выражение идей.

Я никогда не планировал посвятить свою жизнь апологии математики. Если что-то и направляло меня на этом пути, то я походил не столько на античного героя, которого боги ведут к роковой развязке, сколько на растерявшегося туриста, которого местные жители выталкивают с проезжей части.

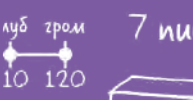
И все-таки, сидя в этом доме вокруг дерева и глядя, как свет играет среди листвы, я невольно жалею, что не все могут оказаться на моем месте. Надеюсь, эта книжка поможет вам туда попасть.



$$= \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad \frac{10}{6}$$



44.9° северной широты
93.2° западной долготы



+10



"1000"



???



ИСТИНА



98.6°F

улиное окружение

573
389

$$K = \frac{1}{2} mv^2$$



Если $A < B$ и $B < C$

то $A < C$



$4n+2$



Ooooo!

Ozo!



Нет! Не пори чужь!

30×20

30×7

8×20

8×7

$$600 + 210 + 160 + 56 = 1026$$

λ

5

3



(сколько будет $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2}$?)

вокруг ≈ 3 X попереk



\$ 1 \$



(сколько будет $46 + 28$?)



27

$$ax^2 = bx + c$$

$$ax^2 + bx = c$$

$$ax^2 + c = bx$$

$$ax^2 = bx$$

$$ax^2 = c$$

$$bx = c$$



1 -1 -(-1) -(-(-1))



На 1/3 недосып,
на 2/3 теория игр



А, элементарно

шоколад

10x10



$$\frac{1}{4} + \frac{1}{6} =$$



$$y = mx + b$$



Нееет

$$\begin{array}{r} \sqrt{125} \\ + 124 \\ \hline 249 \end{array}$$



$$\pi \approx 3.14$$

$$1/10 \times 10 \times 10$$



$$5 \times 3$$

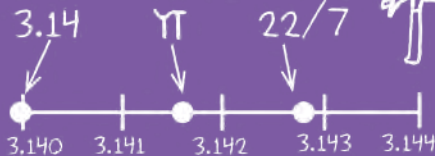
умножение



$$3.4104398$$

$$+ 2.5899496$$

$$6.0003894$$



деление на 1/2

17 → 34

деление на 2



$$\tau \approx 6.28$$

$$10^{\pm}$$

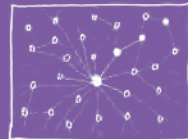
17 x что угодно

$$8 \div 2(4) \leftarrow 8 \div 2(2+2) \rightarrow 8 \div 2(4)$$
$$8 \div 8 \quad 4(4) \quad 16$$
$$1$$



$$3 + -1.78$$

$$82,771$$



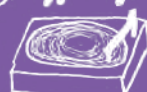
1,414 с чем-то



$$\frac{17}{34}$$



защелканный



$$a \div \frac{b}{c} = \frac{ac}{b}$$



+++



$$\frac{4}{7}$$



"857"



Нерп



$$\forall \epsilon > 0, \exists \delta > 0:$$

$$|x - a| < \delta \rightarrow |f(x) - L| < \epsilon$$



$$\$2.50!$$

$$5^{5^5}$$

$$5 \uparrow \uparrow 3$$

множественное возведение в степень

тетрация



???

СУЩЕСТВИТЕЛЬНЫЕ

Вещи под названием «Числа»

Обычно существительное определяется как «слово, обозначающее лицо, место или вещь». В детстве это определение меня всегда смущало. Казалось очевидным, что люди и места — тоже вещи, так зачем эта избыточность? Почему бы не определять существительное просто как «слово, обозначающее вещь»? Оглядываясь назад, я вижу, что этот приступ детского педантизма служит примером одного из необычных принципов математического языка: все есть вещь.

Возьмите наш случай: числа. Они — древнейшие, самые привычные математические вещи, только на самом деле они вовсе не вещи. Объехав весь свет, вы переплывете семь морей, попробуете семь пицц или сразитесь с семью ниндзя, но вы никогда не встретите такую вещь, как «семь».

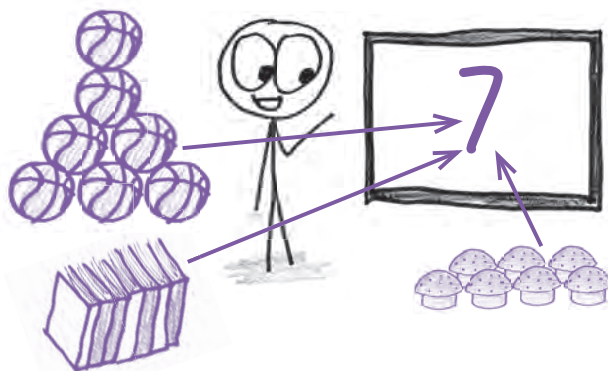


Не существует никакого «семь», бывает только семь чего-то. Сказать «семь шариков» все равно что сказать «синие шарики» — это свойство, характеристика. Не существительное, а прилагательное.

По крайней мере, так скажет здравомыслящий человек. Но математики далеки от здравомыслия. Они больше похожи на взбесившихся философов или потерявших берега логиков.

Как от прилагательного «красивый» образуется существительное «красота», так и от прилагательного «семь» образуется существительное, которое тоже (чтобы окончательно нас запутать) называется «семь» и определяется как таинственное свойство семеричности — характеристика, общая для всех групп из семи предметов.

Таким образом, число — это существительное, образованное от прилагательного. Это неосоздаемое свойство, столь убедительное, что мы изучаем его само по себе, как если бы оно было предметом. Как мы увидим дальше, числа не единственные существительные в математике, но они самые основные, и поэтому им будет отведен первый раздел этой книги.



Писательница Карен Олссон характеризует математику как «облачный край соблазнительных абстрактных структур, кривых, плоскостей, полей и векторных пространств, доступных только тем, кто владеет изощренным облачным языком, средством формулирования истин, которые нельзя выразить ни на каком другом наречии»¹.

Как и положено облачному языку, мы начнем его изучение в облаках. Давайте отправимся на прогулку по лесам Сноудонии* — на окутанный туманом горный склон...

Счет

Несколько лет назад во время похода по горному Уэльсу я наткнулся на табличку с валлийскими числами от 1 до 20. Так как я обожаю таблички, числа и валлийцев, я тут же погрузился в чтение.

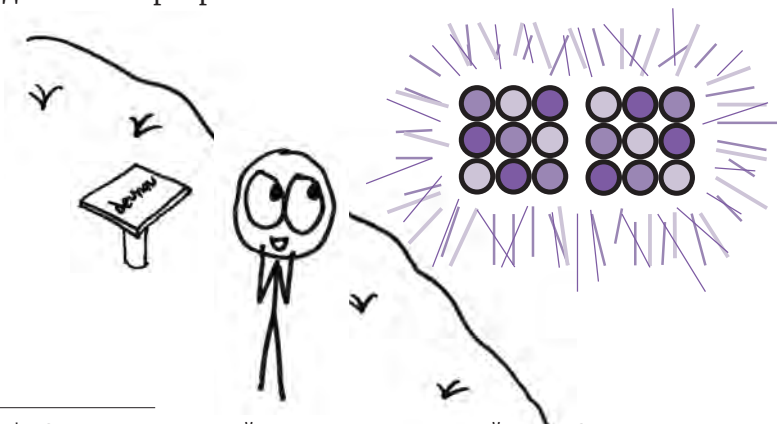
Один: *un*.

Два: *dau*.

Три: *tri*.

Никаких неожиданностей, пока я не добрался до 16: *un ar bymtheg*. Это число, похоже, было составлено из *un* (1) и *rymtheg* (15). На мой англоязычный слух это звучало необычно и очаровательно, и я был рад обнаружить, что 17 следует этой же закономерности (*dau ar bymtheg*, «2 плюс 15»), как и 19 (*pedwar ar bymtheg*, «4 плюс 15»). Казалось бы, нетрудно угадать, как будет 18: *tri ar bymtheg*, 3 плюс 15. Так?

А вот и нет. Валлийский язык отказывался следовать моей приземленной логике. «Восемнадцать» это *deunaw*: буквально «две девятки». Посреди туманов Сноудонии мое сердце замирало от восхищения валлийским народом и числом, которому он дал столь прекрасное название.



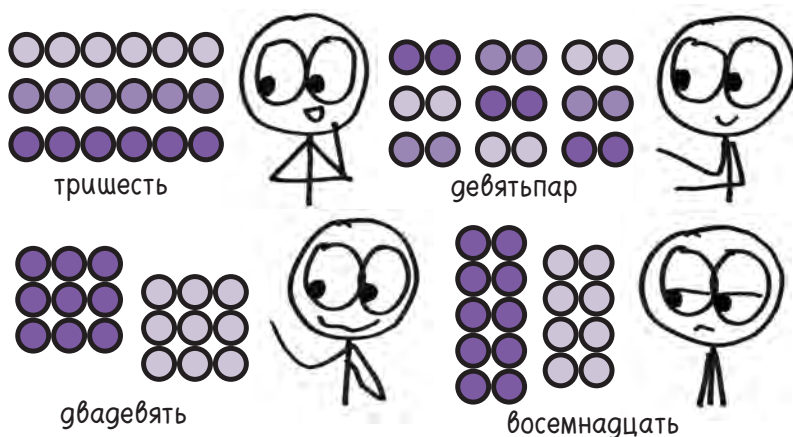
* Сноудония — горный регион и национальный парк в Северном Уэльсе. — Прим. пер.

Назвать что-либо — значит выделить это, придать ему индивидуальность. Поэтому мы даем имена детям, клички животным, названия песням, городам и групповым чатам — но мы не даем их, скажем, отдельным скрепкам. Мне хочется отличать своего ребенка от вашего, но эта потребность не столь насущна в случае с канцтоварами.

Без названия число не может стать настоящим числом. Оно будет как скрепка — неотличимым от других. Легко ли отличить от или? Математика начинается только тогда, когда каждое число получает имя, а с ним и индивидуальность. В Книге Бытия Адам дает имена тварям земным — скажем, от трубказуба (*aardvark*) до зебры (*zebra*). В XVIII в. то же самое проделал ботаник Карл Линней, от *Orycteropus afer* до *Equus quagga*. То, что Адам и Карл сделали для форм жизни, нам придется повторить для количеств. Процесс называния чисел по порядку называется счетом.

Число называется «восемнадцать», т. е. буквально «восемь на десяти». Это точное описание, однако можно также описать как «трижды шесть», или «полторы дюжины», или «девять пар». Зачем говорить «восемнадцать», когда существуют более симпатичные альтернативы? К чему неуклюжая, кособокая конструкция «восемь на десяти» вместо наглядной симметрии *deunaw*?

Этот вопрос влечет за собой более глубокий. Чего именно мы хотим от системы счета?

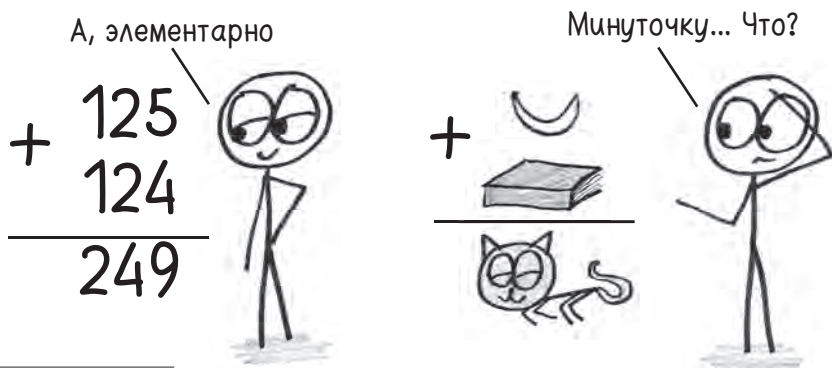


Рассказ Хорхе Луиса Борхеса «Фунес, чудо памяти»² повествует о мальчике, который упал с лошади и потерял сознание. Очнувшись, Фунес обнаруживает себя чего-то лишенным и чем-то наделенным: его тело парализовано, но его ум полон образов. Все, что он видит, он навсегда запоминает в мельчайших подробностях. И вот, лежа в кровати, Фунес изобретает собственную систему счета. Каждое число он связывает с определенным образом: «“сера”, “трефи”, “кит”, “газ”, “котел”, “Наполеон”»*. В его системе каждое название великолепно и неповторимо.

Но, как тщетно пытается объяснить Фунесу рассказчик, такая математика — вообще не математика.

Наш способ называния чисел, известный как «десятичная система счисления», основан на том, что все разбивается на десятки. Сотня — это десять десятков, тысяча — это десять десятков десятков; миллион — это десять десятков десятков десятков десятков. Когда все числа составляются из одних и тех же стандартных частей, их легко сравнивать и проводить расчеты: например, нетрудно понять, что 125 на единицу больше, чем 124, и нетрудно сложить эти два числа ($100 + 100$, $20 + 20$ и $4 + 5$), чтобы получить сумму 249.

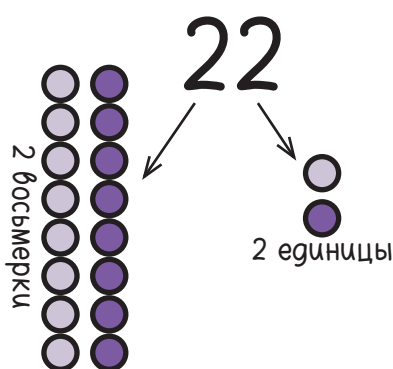
С числами Фунеса дело обстоит не так. Как определить, например, что за «Максимо Перес» идет «железная дорога» или что их сумма равна «треснувшему красному кирпичу»? Выразаясь словами рассказчика, «этот набор бессвязных слов как раз нечто совершенно противоположное системе нумерации».



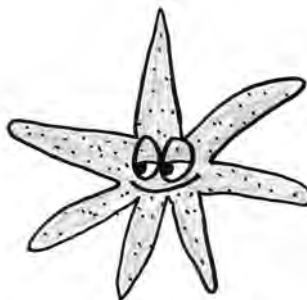
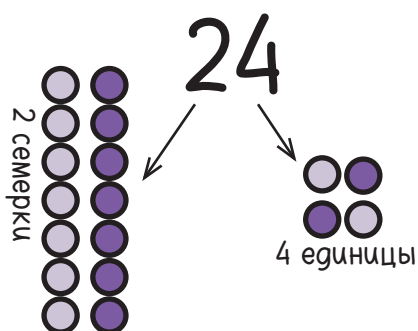
* Перевод Е. М. Лысенко. — Прим. пер.

Вот почему мы отказываемся от поэтического *deunaw* в пользу прозаичного «восемнадцать». Чтобы дать названия бесконечному множеству чисел, нам нужна четкая система, и наша система основана на десятках.

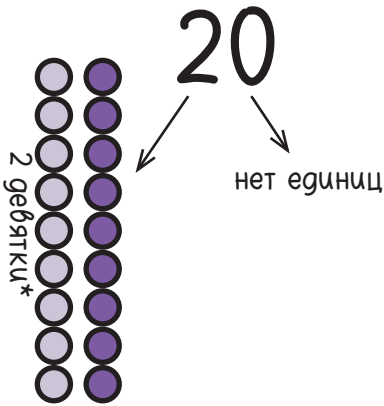
В самих десятках изначально нет ничего особенного. Просто так уж вышло, что мы исходим от обезьян с десятью пальцами на верхних конечностях. Если бы мы считали восьмерками, как могли бы предпочесть осьминоги или пауки, то обозначали бы «восемнадцать» как 22: две восьмерки плюс два в остатке.



А если бы мы считали семерками, мы обозначили бы то же число как 24: две семерки и четыре в остатке.



Или, если бы мы считали девятками, у нас получилось бы 20: два раза по 9 и ноль в остатке.



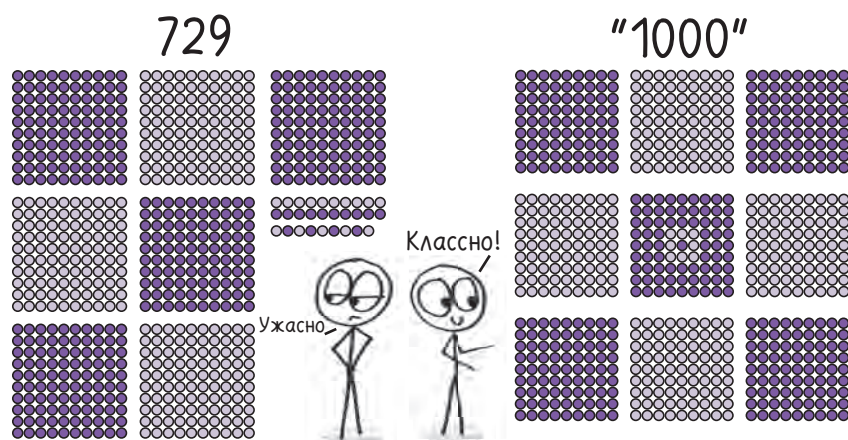
Это ведь и есть *deupaw*, правда? Да, но это обойдется не дешево. Чтобы перекрестить 18 в 20, нам придется отринуть наш язык десятков (10), сотен (10×10) и тысяч ($10 \times 10 \times 10$). Вместо них нам придется членить числа по 9, 81 (9×9) и 729 ($9 \times 9 \times 9$). Это решение изменило бы всю нашу систему именования чисел.

700 (семь групп по 10×10) потеряет свое звонкое круглое название. Оно будет уныло зваться 857 — восемь групп по 9×9 , пять групп по 9 и семь в остатке.



* В бейсбольной команде 9 игроков. — Прим. пер.

Между тем непримечательное 729 (семь групп по 10×10 , две группы по 10 и девять в остатке) обернется прекрасным круглым числом 1000 — одной идеальной группой $9 \times 9 \times 9$.



Сами числа не изменились — изменились только их названия. Однако названия формируют наш мир. В мире *deunaw* одноклассники праздновали бы 27-ю годовщину со дня выпуска (а не 30-ю, как у нас). Города устраивали бы пышные парады в честь своего 81-летия (*столетие* в девятеричной системе). Водители останавливались бы на обочине и фотографировали одометр, на котором набежало 59 049 км (цифры читались бы как 100 000).

Числа значат для нас так много: десятый день рождения, полувековой юбилей, двухсотлетие памятного события. Но что именно нам дорого — сами числа или только названия, которые мы им дали?

В цикле романов Урсулы Ле Гуин о Земноморье фигурирует мистический язык истинных имен. Вещь и ее имя на нем каким-то образом тождественны, так что, зная истинное имя человека, можно обрести власть над его жизнью и смертью. Порой я думаю в том же ключе о математике: я записываю название 18, за ним — название 61, а затем скромная капелька магии дает их сумму, 79. Как волшебник Земноморья, я могу

«вызвать на самом деле вещь, которой не существует, назвав ее истинным именем»^{*,3}.

Увы, Земноморье лишь плод фантазии. В реальном мире нам приходится выбирать между полуправдами. С одной стороны, язык упорядоченных и систематических имен; с другой — язык имен ярких и запоминающихся. С одной стороны, унылая асимметрия «восемнадцати», а с другой — валлийское совершенство *deunaw*.

Измерение

Как-то раз во время поездки в Бостон на День благодарения моя дочь — ей было тогда три года — копалась в нашем багаже и нашла термометр, который я захватил с собой. «Ага! — сказала она. — Это я умею!» На моих глазах она сунула его под мышку, подождала чуть-чуть, вытащила и стала рассматривать. «Четырнадцать десятых кило, — объявила она. — Я все расту!»

Конечно, ее лабораторным методам недоставало совершенства. И тем не менее в столь нежном и неуправляемом возрасте она уже ухватила основу математического языка: *количественное определение*.

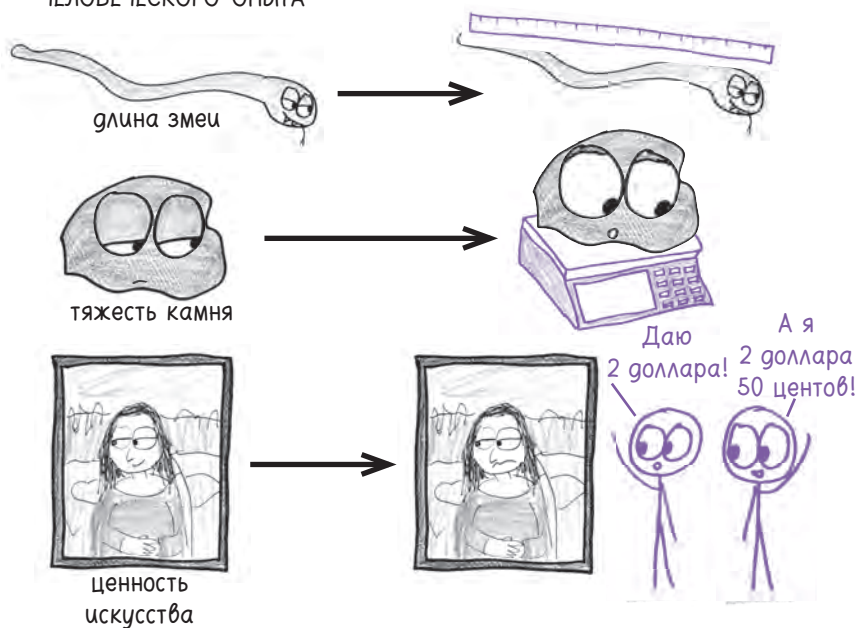
Определять количественно — значит переводить мир на язык чисел. Мы начинаем с реальности — с загадочной и неупрощаемой ткани нашего бытия. Затем, так как мы люди, мы приписываем ей численное значение. Мы сводим длинное к числу, именуемому *длина*, тяжелое к числу, именуемому *вес*, а умное к числу, именуемому *оценка на экзамене*. Такое количественное определение не знает границ (и меры). Чуть ли не каждую неделю какая-нибудь новая, прежде не определяемая количественно составляющая жизни — будь то ностальгия, горе или суп с лапшой — попадает в лапы какого-нибудь предприимчивого мизантропа и получает численное выражение.

Количественное определение называется также *измерением*. А для измерения, как известно, нужны инструменты. Чтобы

* Перевод Л. Н. Ляховой. — Прим. пер.

НЕВЫРАЗИМЫЙ КОМПОНЕНТ ЧЕЛОВЕЧЕСКОГО ОПЫТА

КАК МЫ ЕГО ИЗМЕРЯЕМ



измерить время, нужен секундомер; чтобы измерить общественное мнение — социологический опрос; чтобы измерить температуру — термометр; а чтобы измерить рост или вес, если верить моей дочери, — тоже термометр. Даже простейшие измерительные действия — например, сосчитать игрушки в ванне или вспомнить свой возраст — требуют инструментов в виде указательного пальца или настенного календаря.

Измерение никогда не бывает идеально точным. Я много лет говорил окружающим, что мой рост 175 см, пока однажды не заглянул в свои водительские права и не узнал, что мой официальный рост равняется 172 см. Это не (только) самообман; дело в том, что мой рост попадает в промежуток между этими двумя значениями и, что еще хуже, меняется в зависимости от того, как измерять. Ботинки добавляют сантиметр, носки добавляют миллиметр; необходимо учитывать даже такие как будто бы не имеющие отношения к делу факторы, как время суток. (Гравитация слегка сжимает наш позвоночник, поэтому

мы выше по утрам и ниже по вечерам.) В любом случае засечки на рулетке имеют ширину в $\frac{1}{3}$ мм, так что большей точности добиться невозможно.

Ни одно измерение не застраховано от ошибок. Самые точные часы в мире за год-другой отстают на одну наносекунду. Даже счет как таковой не совершенен. Дайте среднестатистическому человеку сосчитать леденцы в банке, и неизбежные сбои в концентрации приведут к погрешности примерно в 1%⁴.

Результаты измерений кажутся чистыми до скрипа, однако их порождает процесс, грязный по самой своей природе. В этом смысле измерение больше всего напоминает отмывание денег.



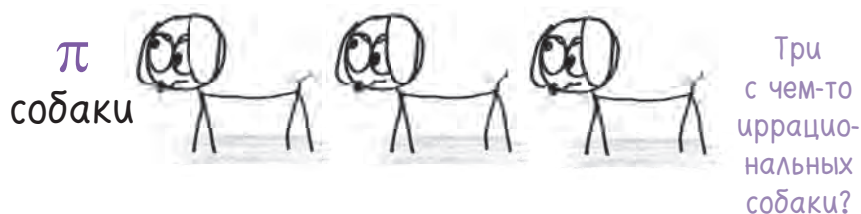
В свете всего этого меня несколько удивляет, что математики не особо склонны размышлять об измерениях. Более того, объясняя природу чисел, они вообще редко упоминают измерения.

Вот, например, *отрицательные* числа. Нельзя насчитать -3 собаки, пройти -3 километра или проспать -3 часа. В действительности никакое измерение никогда не даст результата в -3 (если только мы не смухлевали, написав « -3 » на шкале термометра, хотя ртуть поднимается на положительное расстояние).

Если числа возникают в результате измерений, откуда тогда берется -3 ?



То же относится к иррациональным числам, таким как $\sqrt{2}$ и π . Чтобы измерить иррациональную длину, понадобилась бы рулетка бесконечной точности. Но если ни одно измерение не дает иррационального числа, то в каком смысле «иррациональное число» вообще можно назвать числом?



А есть еще мнимые числа (такие как i , квадратный корень из -1). Название «мнимые» первоначально возникло как бранное — его придумал математик, отказывавшийся верить, что такие числа существуют⁵. Их можно найти не только на числовой оси, но также *над* ней и *под* ней. Странно, правда? Это уж точно не результаты измерений. И все-таки это числа.

Или нет?



Да, числа. Отрицательные, иррациональные и мнимые числа возникают вполне естественным путем — не в результате самих измерений, а из закономерностей и расчетов, связанных с измерениями. Вычтите из пяти восемь, и — бам! — получит-